

単振動 ～ 等速円運動の射影 ～

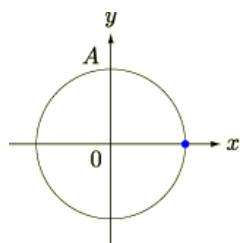
tomo et al. @物理のかぎプロジェクト

2005-07-04

単振動^{*1} は、物理学のいろいろな場面で登場する重要な運動です。ばねの運動で登場したり、振り子の運動で登場したり、はたまた電気振動なんていうものもあります。以下では、等速円運動の射影として単振動を紹介し、速度や加速度についてもみていきます。等速円運動 についてまだ学習していない人は、そちらからご覧下さい。

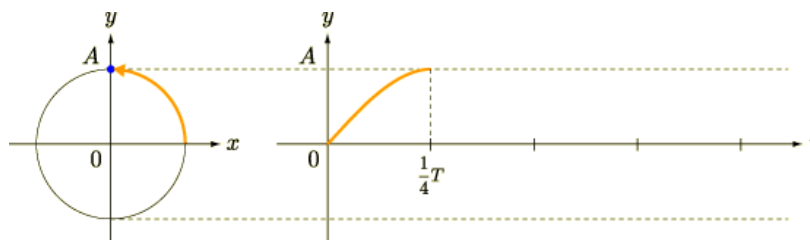
単振動は等速円運動の射影だ

半径 A の円周上を運動する 等速円運動 を考えます。分かりやすいように、 $x-y$ 平面状に原点を中心とする半径 A の円を描いておきます。物体は時刻 $t=0$ のとき点 $(A, 0)$ を出発して、角速度 ω で運動します。



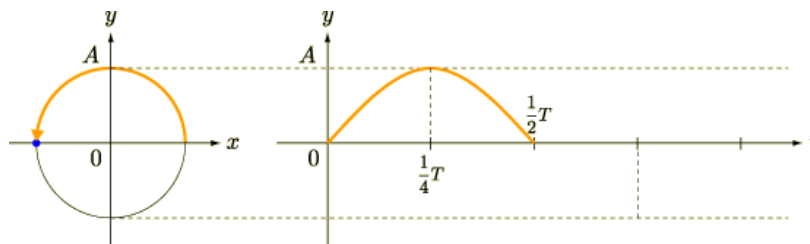
この等速円運動について、 y 軸への射影を考えてみましょう。時間を追って図を描くと、以下のようになります (T は周期)。

- $t = \frac{1}{4}T$

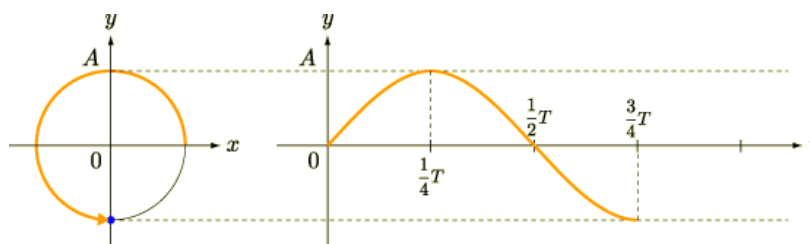


- $t = \frac{1}{2}T$

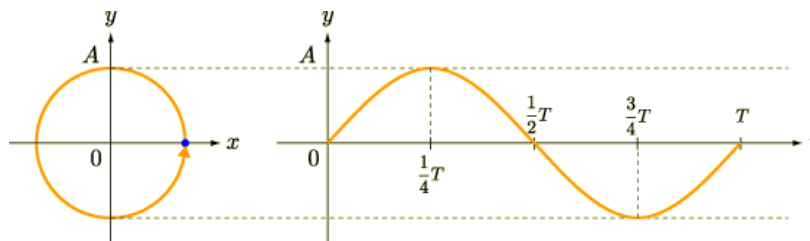
^{*1} 「単振動」という表現の他に、「調和振動」という表現もよく使います。「単振動」と「(1次元)調和振動」は同じものを指します。また、「調和振動子」と言った場合には、振動しているもの(振動の性質をもつもの)を指します。



• $t = \frac{3}{4}T$



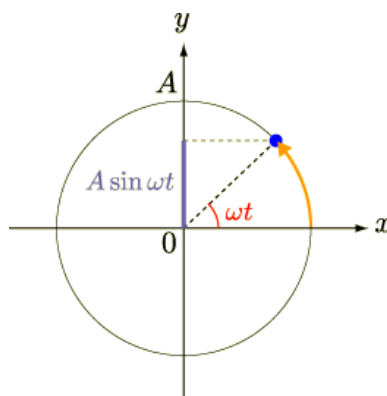
• $t = T$



この y 軸への射影こそが，単振動だというわけです．

変位はどのように表されるか

変位 y がどのように表されるか，考えてみましょう．時刻 $t = 0$ のとき点 $(A, 0)$ を出発して，角速度 ω で運動した場合， $t[s]$ 後には以下のようになっているはずですが．



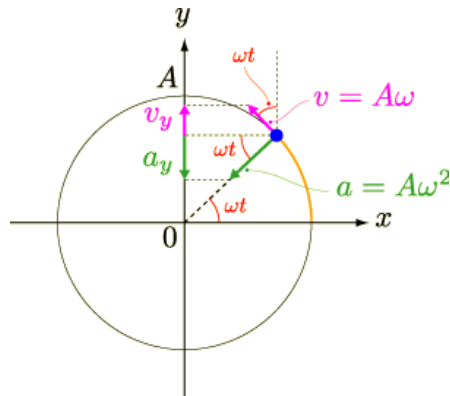
つまり，変位 y は，

$$y = A \sin \omega t$$

と表されることとなります。 A のことを「振幅」、 \sin の中身（ここでは ωt ）のことを「位相」と呼びます。

速度と加速度はどのように表されるか

単振動の速度 v_y と単振動の加速度 a_y はどのようになっているのでしょうか。図で示すと以下のようになります。速度 v , 加速度 a を、変位と同様に y 軸に射影します。



$v = A\omega$ を y 軸に射影して、

$$v_y = r\omega \cos \omega t$$

$a = A\omega^2$ を y 軸に射影して、

$$a_y = -r\omega^2 \sin \omega t$$

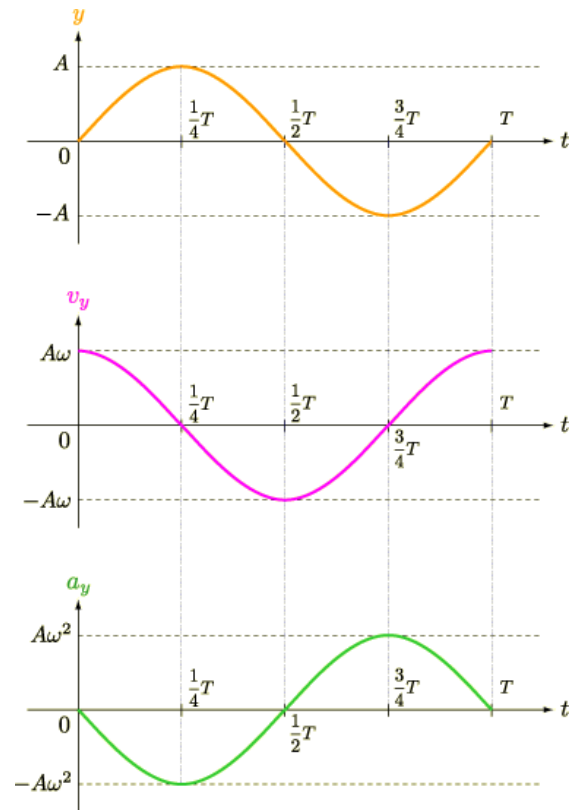
となります。また、位相の部分をも $\omega = \frac{2\pi}{T}$ （説明は [等速円運動](#) を参照）を用いて、

$$y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

$$v_y = A\omega \cos \frac{2\pi}{T} t$$

$$a_y = -A\omega^2 \sin \frac{2\pi}{T} t$$

と書き換えることができます。 y , v_y , a_y を並べてグラフに描くと以下のようになります。



補足

高等学校の物理では微積分が出てきませんが，

$$v_y = \frac{dy}{dt}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

という関係が成り立っています．